



# 數訊

編輯：王仲民老師、郭方明老師

## 本期目錄

- ◎ IQ 題 考考你
- ◎ 數學當消防員
- ◎ 數學家介紹
- ◎ 數學家的成就
- ◎ 判定一個可被 2,3,4,5,6,8,9,10,11 的方法
- ◎ 每月儲蓄\$1000，何時可成爲百萬富翁？

# IQ題 考考你 ???

## 1. 「說謊」蛋糕

(答案在第 4 頁)

檯面上有四種不同的蛋糕，它們的包裝紙各寫上：

- 蛋糕一 四個蛋糕中，有一個說謊。
- 蛋糕二 四個蛋糕中，有兩個說謊。
- 蛋糕三 四個蛋糕中，有三個說謊。
- 蛋糕四 四個蛋糕中，四個都說謊。

在四個蛋糕中，如果只有一個蛋糕沒有說謊，那麼，你認爲是哪一個呢？

## 2. 假大鈔

甲用一張 1000 元鈔票向電器店老闆購買一部 250 元的相機，因電器店老闆沒零錢，所以拿這張 1000 元大鈔向鄰居乙換錢，然後找 750 元給甲。事後，乙發現這張 1000 元大鈔是假的，於是向電器店老闆要回真的 1000 元。請問在這場交易當中，老闆總共損失多少元？

## 3. 你能在下面的數式中加上【加減乘除或括號】等符號，使它成爲一條相等的數式嗎？

- 例： $(1 + 2) - (3 + 4 - 5) = 1$        $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 6$
- $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 2$        $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 7$
- $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 3$        $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 8$
- $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 4$        $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 9$
- $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 5$        $1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 = 10$

# 數學家當消防員

一天，數學家覺得自己已受夠了數學，於是他跑到消防隊去投考消防員。消防員隊長說：「你看上去不錯，可是我要先和你測試一下。」

消防員隊長帶數學家到消防局後巷，後巷有一個貨倉，一個消防栓和一卷軟管。

消防員隊長問：「假設貨倉起火，你怎麼辦？」數學家回答：「我會把消防栓接到軟卷上，打開水龍，把火澆滅。」消防員隊長說：「完全正確！最後一個問題：假設你走到後巷，而貨倉沒有起火，你怎麼辦？」數學家疑惑地思索半天，終於答道：「我便會把貨倉點著。」消防員隊長大叫起來：「什麼？太可怕了！你爲什麼要把貨倉點著？」數學家回答：「這樣我便可以把問題化簡爲一個我可以解決的問題了。」



# 數學家介紹



## 祖冲之(429-502)

祖冲之生於南北朝范陽薊縣人。

他利用割圖術求得圓內接二四五六七邊形的周長，從而推算出圓周率的值是在 3.1415926 和 3.1415927 之間。而且他採用 22/7 作為約率，355/113 作為密率。

這些結果都比西方早超過數個世紀。要知道當時只有算籌這種計算工具，計算工作是很繁重的。由於他不畏艱苦，有堅強的毅力才能獲得這光輝的成果。

祖冲之爲了求圓周率小數後的第七位準確值，把正六邊形的邊長計算到小數後二萬八千六百七十二位，是很了不起的成就。

祖冲之不單是個數學家，還是天文學家、文學家、機械發明家。在天文方面，他提出了當時最好的歷法「大明歷」，而且還算出地球繞太陽一同所需的時間是 365.24281481 日，和現在由製儀器得到的數據 365.2422 日，他的數字準確到小數後三個。一千多年前他這個成果很值得我們驕傲。他還發明了指南車、水碓磨與千里船等，還成功製造了類似諸葛孔明的「木牛流馬」的運輸工具，從中見到祖冲之是如何聰明。

祖冲之在世時並不得意，不但沒有大官做，而且在生前還見不到「大明歷」的採用。最令人惋惜的是記載他和兒子數學成果的書《綴術》在宋朝失傳了。今日在月球上很多座以偉大科學家命名的山，祖冲之是其中一個，亦是中國的唯一一個，由此可見到他是如何的偉大呢！

## 數學家的成就

(答案在第 4 頁)

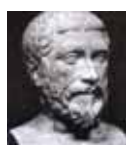
你知道一些數學定理或數學符號是由哪個數學家發現嗎？試猜猜吧！

答案

- a. 指數記數法(n 個 a 相乘可表示為  $a^n$ 。)
- b. 黃金比(把一條直線分成 AB 和 BC 兩部份，使  $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{AB}$ 。)
- c. 畢氏定理(在直角三角形中，兩條直角邊的平方和等於斜邊的平方。)
- d. 尤拉公式(一個多面體的面數(F)、頂點數日(V)和邊數(E)的關係是  $F+V-E=2$ 。)
- e. 首先採用不等號大於「>」和「<」。
- f. 最先使用乘號「×」。
- g. 最先提出以「•」表示乘，避免與「x」混淆。
- h. 對概率論有較完整的結論。(用一個數去表示一個事件發生的可能性有多大，稱爲概率。)



1 哈列奧脫



2 畢達哥拉斯



3 拉普拉斯



4 尤拉



5 蒙德里安



6 萊布尼茨



7 笛卡兒



8 奧特雷德



# 每月儲蓄\$ 1000，何時可成為百萬富翁???

如你每月將 \$ 1 000 放在家中錢箱，簡單的計算： $\$1\,000\,000 \div \$1\,000 \div 12 \approx 83$  年

若你將金錢儲蓄在銀行，銀行會按當時的利率計算你可應的利息，那麼你若每月儲蓄 \$1 000，你不需要等 83 年後便可成為百萬富翁。

讓我們設  $P$  為每月存款的金額， $r\%$  為月利率，利息每月計算一次。

存款一個月後，本利和  $= P(1 + r\%) = P_1$

存款兩個月後，本利和  $= (P + P_1)(1 + r\%) = [P + P(1 + r\%)](1 + r\%) = P[(1 + r\%) + (1 + r\%)^2] = P_2$

存款三個月後，本利和  $= (P + P_2)(1 + r\%) = [P + P(1 + r\%) + (1 + r\%)^2](1 + r\%)$   
 $= P[(1 + r\%) + (1 + r\%)^2 + (1 + r\%)^3] = P_3$

餘此類推，存款  $n$  個月後，到期本利和  $P_n$  應為：

$$P_n = P[(1 + r\%) + (1 + r\%)^2 + (1 + r\%)^3 + \dots + (1 + r\%)^n]$$

為了簡化這數式，設  $x = 1 + r\%$

$$\text{因此 } P_n = P[(1 + r\%) + (1 + r\%)^2 + (1 + r\%)^3 + \dots + (1 + r\%)^n]$$

$$\text{簡化成 } P_n = P(x + x^2 + x^3 + \dots + x^n)$$

括號內的數式在數學上稱為等比級數(Geometric Series)，首項是  $x$ ，公比亦是  $x$ 。利用公式，我們

$$\text{可把 } P_n \text{ 的數式化簡成 } P_n = P \left[ \frac{x(x^n - 1)}{x - 1} \right]$$

假設你每月到銀行存入 \$ 1 000，年利率為 6%，為期  $n$  月。

利用上述公式： $x = 1 + r\%$

$$= 1 + \frac{6\%}{12}$$

$$= 1.005$$

$$\text{若要儲蓄至一百萬元 } (\$1\,000\,000) \text{ 則 } 1000000 = 1000 \left[ \frac{1.005(1.005^n - 1)}{1.005 - 1} \right]$$

$$1000 = \frac{1.005(1.005^n - 1)}{0.005}$$

$$\frac{1000 \times 0.005}{1.005} + 1 = 1.005^n$$

$$n \approx 358 \quad (\text{約 } 29 \text{ 年 } 10 \text{ 個月})$$

所以若你每月儲蓄 \$1 000，不需 30 年你便可成為百萬富翁。當然，若你每月的存款增加，或利率增加，你成為百萬富翁的日子就愈近。



# 判定一個數可被2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11整除的方法

除數	特徵	例
2	任何一個偶數都可被 2 整除。	8642 是一個偶數 $8642 \div 2 = 4321$
3	一個數的各位數的和可被 3 整除。	5469 位數的和 = $5 + 4 + 6 + 9 = 24$ $24 \div 3 = 8$ $\therefore 5469 \div 3 = 1832$
4	一個數最後 2 個數可被 4 整除。	3724 數最後 2 個數是 24 $24 \div 4 = 6$ $\therefore 3724 \div 4 = 931$
5	一個數最後的數是 0 或 5。	390 最後的數是 0 $390 \div 5 = 78$ 645 最後的數是 5 $645 \div 5 = 129$
6	一個偶數的各位數的和可被 3 整除。	6354 位數的和 = $6 + 3 + 5 + 4 = 18$ $18 \div 3 = 6$ $\therefore 6354 \div 6 = 1059$
8	一個數最後 3 個數可被 8 整除。	47336 數最後 3 個數是 336 $336 \div 8 = 42$ $\therefore 47336 \div 8 = 5917$
9	一個數的各位數的和可被 9 整除。	73863 位數的和 = $7 + 3 + 8 + 6 + 3 = 27$ $27 \div 9 = 3$ $\therefore 73863 \div 9 = 8207$
10	一個數最後的數是 0。	8250 最後的數是 0 $\therefore 8250 \div 10 = 825$
11	單位數字之和與雙位數字和之的差可被 11 整除。	6291835 單位數字之和 = $6 + 9 + 8 + 5 = 28$ 雙位數字之和 = $2 + 1 + 3 = 6$ $28 - 6 = 22$ $22 \div 11 = 2$ $\therefore 6291835 \div 11 = 571985$

## IQ 題答案

1. 蛋糕三    2. \$1000    3.  $(1+2) - (3+4-5) = 1$      $1 \times 2 + 3 - 4 + 5 = 6$   
 $(1+2+3+4) \div 5 = 2$      $1 \times 2 \times 3 - 4 + 5 = 7$   
 $(1+2+3 \times 4) \div 5 = 3$      $1+2 \times 3 - 4 + 5 = 8$   
 $1 \times 2 + 3 + 4 - 5 = 4$      $1+2-3+4+5 = 9$   
 $1+2+3+4-5 = 5$      $1+2+3 \times 4 - 5 = 10$

## 數學家的成就答案

- a. 7    b. 5    c. 2    d. 4    e. 1    f. 8    g. 6    h. 3